

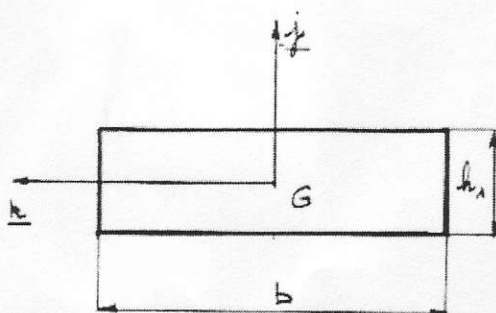
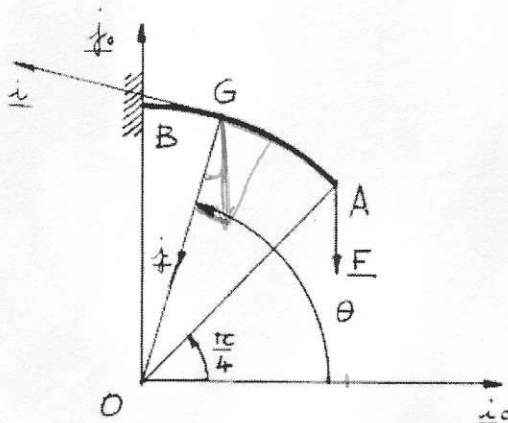
## RESISTANCE des MATERIAUX

Durée : 2 h  
Documents non autorisés

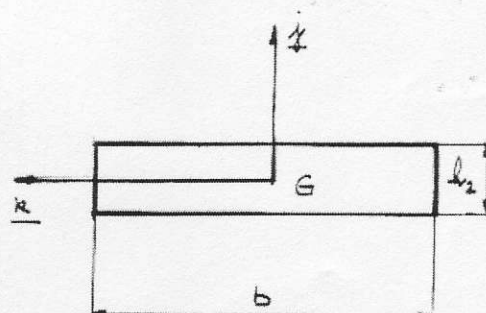
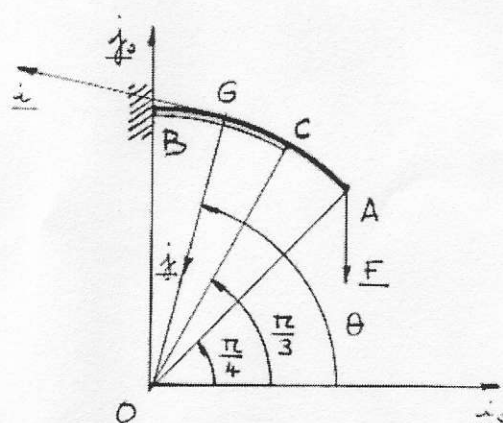
Le but du problème est de comparer les rigidités de deux ressorts en forme d'arc de cercle de rayon  $R$ .

Le premier est formé d'une seule lame  $AB$  de section rectangulaire de dimensions  $b$  et  $h_1$  : on note  $S_1 = bh_1$  l'aire de la section droite et  $I_z^1 = \frac{bh_1^3}{12}$  son moment quadratique. Le second est formé de deux lames  $AB$  et  $CB$  : la section de chacune des lames est rectangulaire de dimensions  $b$  et  $h_2$  et on note  $I_z^2 = \frac{bh_2^3}{12}$  le moment quadratique.

Les deux ressorts sont constitués d'un même matériau de module d'Young  $E$ .



Ressort à une lame



Ressort à deux lames

La rigidité d'un ressort est définie par  $k = \left| \frac{F}{\underline{U}(A) \cdot \underline{j}_0} \right|$  où  $\underline{F} = -F \underline{j}_0$  est l'effort appliqué en A et  $\underline{U}(A)$  le déplacement de l'extrémité A du ressort. Ce déplacement peut être déterminé par une des formules de Bresse  $\underline{U}(A) = \underline{U}(B) + \underline{\Omega}(B) \wedge \underline{BA} + \int_{s_B}^{s_A} \left[ \frac{N}{ES} \underline{i} + \frac{M_z}{EI_z} \underline{k} \wedge \underline{GA} \right] ds$  où on néglige l'influence de l'effort tranchant  $T_y$ .

#### Etude du ressort à une lame

Question 1 : déterminer les efforts intérieurs  $N$ ,  $T_y$  et  $M_z$ . Tracer leurs évolutions en fonction de  $\theta$ .

Question 2 : déterminer  $v_0 = \underline{U}(A) \cdot \underline{j}_0$ , la composante selon  $\underline{j}_0$  du déplacement du point A. Mettre cette relation sous la forme  $v_0 = v_0^{M_z} \left( 1 + \alpha \frac{I_z^1}{S_1 R^2} \right)$  où  $v_0^{M_z}$  représente l'influence du moment fléchissant : déterminer  $\alpha$ .

Question 3 : montrer que l'influence de l'effort normal est négligeable lorsque  $\frac{h_1}{R} \leq 10^{-1}$ .

Question 4 : donner alors une expression approchée de la rigidité  $k_1$  du ressort.

#### Etude du ressort à deux lames

On ne tient compte que de l'influence du moment fléchissant  $M_z$ .

On admettra que les lames sont indépendantes, c'est à dire qu'elles peuvent glisser l'une par rapport à l'autre. Par contre, des étriers (non représentés) permettent de les maintenir en place et appliquées l'une sur l'autre de sorte que l'on peut considérer que les deux lames AB et CB présentent la même déformée, soit  $v_0^{AB}(\theta) = v_0^{CB}(\theta)$  pour  $\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ .

Question 5 : montrer que l'on peut considérer que le moment fléchissant  $M_z$  se répartit également entre chaque lame pour  $\frac{\pi}{3} \leq \theta \leq \frac{\pi}{2}$ . Donner alors les expressions de  $M_z^{AB}$  et  $M_z^{CB}$ . Tracer leurs évolutions en fonction de  $\theta$ .

Question 6 : déterminer une expression approchée de la rigidité  $k_2$  du ressort.

Question 7 : les épaisseurs  $h_1$  et  $h_2$  sont telles que les masses des 2 ressorts sont identiques. Comparer les valeurs de  $k_1$  et de  $k_2$  : conclusions.